UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERIA

EXAMEN: **<u>TERCER EXAMEN PARCIAL (2019-2).</u>**

PROFESOR: **<u>ING. GUILLERMO CASAR MARCOS.</u>**

MATERIA: **<u>PROBABILIDAD (GRUPO 6).</u>**

NOMBRE DEL ALUMNO: ___________________________________

1. **Se tiran un par de dados no cargados: uno rojo y otro azul. La variable "x" representa el número del dado rojo y "y" el número del dado azul. Determinar el valor esperado del producto de los números pares. Utilizar la variable conjunta (x , y).**

H (x , y) = x + y

H (2 , 2) = 4	**H (4 , 2) = 8**	**H (6 , 2) = 12**
H (2 , 4) = 8	**H (4 , 4) = 16**	**H (6 , 4) = 24**
H (2 , 6) = 12	**H (4 , 6) = 24**	**H (6 , 6) = 36**

P (xy) = 1/9

E (x+y) = 1/9 (4 + 8 + 12 + 8 + 16 + 24 + 12 + 24 + 36) = 1/9 (144) = <u>16</u>

2. **Sean "x" y "y" variables aleatorias independientes con la siguiente distribución de probabilidad conjunta:**

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x(1+3y^2)}{4} & ; 0 < x < 2 ; 0 < y < 1 \\ 0 & ; \text{en otro caso} \end{cases}$$

Calcular: a) E (x) y b) E (y)

$$\text{a) } E(x) = \int_0^1 \int_0^2 \frac{x^2(1+3y^2)}{4}\, dx\, dy = \int_0^1 \frac{x^3(1+3y^2)}{12} \Big|_{x=0}^{x=2} dy =$$

$$= \int_0^1 \frac{2(1+3y^2)}{3}\, dy = 4/3 = 1.3333$$

$$\text{b) } E(y) = \int_0^1 \int_0^2 \frac{xy(1+3y^2)}{4}\, dx\, dy = \int_0^1 \frac{x^2 y(1+3y^2)}{8} \Big|_{x=0}^{x=2} dy =$$

$$= \int_0^1 \frac{y(1+3y^2)}{2}\, dy = 5/8 = 0.625$$

3. Para la función de densidad conjunta

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{3x - y}{5} & ; 1 < x < 2 ; 1 < y < 3 \\ 0 & ; \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

Obtener: Covariancia (x , y) y Coeficiente de Correlación (x , y)

Cov (x,y) = E (x y) – E (x) E (y)

$E(x) = \mu_x \Rightarrow$ DEBE OBTENERSE PRIMERO LA MARGINAL DE X, $f_x(x)$:

$$f_x(x) = \int_1^3 \frac{3x - y}{5}\, dx = \frac{6x}{5} - 4/5 \qquad ; \qquad 1 < y < 3$$

$$\mu_x = \int_{-\infty}^{\infty} x f_x(x)\, dx = \int_1^2 x((6x/5) - (4/5))\, dx = 8/5 = 1.6$$

DE MANERA ANALOGA :

$$f_y(y) = \int_1^2 \frac{3x - y}{5}\, dx = -(y/5) + (9/10) \qquad ; \qquad 1 < y < 3$$

$$\mu_y = \int_{-\infty}^{\infty} y f_y(y)\, dy = \int_1^3 y((-y/5) + (9/10))\, dy = 28/15 = 1.86666$$

$$E(x,y) = \int_1^2 \int_1^3 xy \left(\frac{3x - y}{5} \right) dy\, dx = \int_1^2 \left[9/10x(-2+3x) - 1/30x(-2+9x) \right] dx = 3$$

Cov (x , y) = E (x y) – E (x) E (y) = 3 – 8 / 5 (28 / 15) = 1 / 75 = 0.013333

$$\rho = \frac{\text{Cov}(x,y)}{\sqrt{Var(x)}\,\sqrt{Var(y)}} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x\, \sigma_y}$$

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERIA

$$E(x^2) = \int_1^2 x^2 \left((6x/5) - (4/5) \right) dx = 79/30$$

$$\sigma_x = \sqrt{E(x^2) - \mu_x^2} = \sqrt{(79/30) - (8/5)^2} = \sqrt{11/150}$$

$$E(y^2) = \int_1^3 y^2 \left((-y/5) + (9/10) \right) dy = 19/5$$

$$\sigma_y = \sqrt{E(y^2) - \mu_y^2} = \sqrt{(19/5) - (28/15)^2} = \sqrt{71/225}$$

$$\rho = \frac{1/75}{\sqrt{(11/150)(71/225)}} = 0.08764$$

4.- La tabla muestra la distribución conjunta de las variables aleatorias discretas "x" y "y".

f (x , y)		**X**		
		1	**2**	**3**
y	**0**	**0**	**0.1**	**0.1**
	1	**0.2**	**0.1**	**0.1**
	2	**0.1**	**0.2**	**0.1**

Calcular la distribución de probabilidad marginal de la variable aleatoria "x".

P (x = 1) = P (1 , 0) + P (1 , 1) + P (1 , 2) = 0 + 0.2 + 0.1 = 0.3

P (x = 2) = P (2 , 0) + P (2 , 1) + P (2 , 2) = 0.1 + 0.1 + 0.2 = 0.4

P (x = 3) = P (3 , 0) + P (3 , 1) + P (3 , 2) = 0.1 + 0.1 + 0.1 = 0.3

x_i	1	2	3	$\sum$
$P(x_i)$	0.3	0.4	0.3	1

5.- Utilizando la distribución t student determinar: P $\{ T \geq t_{0.025,10} \}$ = <u>2.228</u>

6.- Utilizando la distribución x^2 determinar P $\{ x^2_{19} \geq x^2_{0.05,19} \}$ = <u>30.1435</u>

7.- El gerente de una empresa quiere saber si el volumen semanal de ventas en miles de dólares de su empresa se puede ajustar a una línea recta con el número de anuncios de televisión para publicidad, que se muestra en la siguiente tabla:

Anuncios de publicidad	**3**	**5**	**4**	**4**	**5**	**3**	**3**	**6**
Volumen semanal ventas en miles de dólares	**125**	**152**	**131**	**133**	**142**	**116**	**127**	**163**

Encuentre:

a) **la recta de regresión.**

b) el coeficiente de correlación.

X = Anuncios de publicidad
Y = Volumen semanal ventas en miles de dólares
n = 8

$\Sigma_X = 3 + 5 + 4 + 4 + 5 + 3 + 3 + 6 = 33$

$\Sigma_X{}^2 = (3)^2 + (5)^2 + (4)^2 + (4)^2 + (5)^2 + (3)^2 + (3)^2 + (6)^2 = 145$

$\Sigma_Y = 125 + 152 + 131 + 133 + 142 + 116 + 127 + 163 = 1,089$

$\Sigma_Y{}^2 = (125)^2 + (152)^2 + (131)^2 + (133)^2 + (142)^2 + (116)^2 + (127)^2 + (163)^2 = 149,897$

$\Sigma_{XY} = 3(125) + 5(152) + 4(131) + 4(133) + 5(142) + 3(116) + 3(127) + 6(163) = 4,608$

a) RECTA DE REGRESION $\qquad y(x) = a + bx$

$$a = \frac{\Sigma y\, \Sigma x^2 - \Sigma x\, \Sigma xy}{n\, \Sigma x^2 - (\Sigma x)^2} = \frac{1,089(145) - 33(4,608)}{8(145) - (33)^2} = \frac{5,841}{71} = 82.26760563$$

$$b = \frac{n\, \Sigma xy - \Sigma x\, \Sigma y}{n\, \Sigma x^2 - (\Sigma x)^2} = \frac{8(4,608) - 33(1,089)}{8(145) - (33)^2} = \frac{927}{71} = 13.05633803$$

$y(x) = a + b\,x$

$y(x) = 82.269 + 13.056\,x$

b) COEFICIENTE DE CORRELACION

$$r = \frac{n\, \Sigma xy - \Sigma x\, \Sigma y}{\sqrt{[n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2]\,[n\Sigma y^2 - (\Sigma y)^2]}}$$

$$r = \frac{8\,(4,608) - 33\,(1,089)}{\sqrt{[\,8\,(145) - (33)^2]\,[8\,(149,897) - (1,089)^2]}} =$$

$$r = \frac{927}{\sqrt{(71)(13,255)}} = \frac{927}{\sqrt{941,105}} = \frac{927}{970.1056643} = \underline{0.955566011}$$